

S4-271

B.Sc. DEGREE EXAMINATION – AUGUST/SEPTEMBER, 2021.

SECOND YEAR — FOURTH SEMESTER

MATHEMATICS

Paper IV — REAL ANALYSIS

(Regular/Supplementary)

(Common Paper for B.A./B.Sc.)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION – A

Answer any FIVE questions.

Each question carries 5 marks.

(5 × 5 = 25 marks)

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. Prove that every convergent sequence is bounded.
ప్రతి అభిసరణ అనుక్రమము పరిబద్ధం అని చూపండి.
2. State that the sequence $\{S_n\}$ defined by $S_1 = \sqrt{7}$, $S_{n+1} = \sqrt{7 + S_n}$ is abounded above.
 $S_1 = \sqrt{7}$, $S_{n+1} = \sqrt{7 + S_n}$ చే నిర్వచింపబడిన అనుక్రమము $\{S_n\}$ ఎగువ పరిబద్ధము అవుతుందని నిరూపించుము.
3. Test for convergence of $\sum \log \frac{1}{n}$.
 $\sum \log \frac{1}{n}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.
4. Test for convergence of $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$.
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.
5. Show that $f(x) = x^2$ is uniformly continuous on $[-a, a]$, where “a” is any real number.
ఏదేని వాస్తవ సంఖ్య “a”, $[-a, a]$ అంతరముపై $f(x) = x^2$ ప్రమేయము ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నమని చూపండి.

Turn Over

6. Show that every differentiable function defined on $[a, b]$ is continuous.
 $[a, b]$ లో నిర్వచించబడిన ప్రతి అవకలనీయ ప్రమేయము అవిచ్ఛిన్నం అవుతుందని నిరూపించండి.
7. Show that $\tan x > x > \sin x, \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
 $\tan x > x > \sin x, \forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ అని నిరూపించండి.
8. If $f(x) = \sin x$ on $[0, \pi]$ and $P = \left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi\right\}$, then compute $L(p, f)$ and $U(p, f)$.
 $[0, \pi]$ అంతరం మీద $f(x) = \sin x$ ప్రమేయానికి $P = \left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi\right\}$ విభజన అయితే $L(p, f)$ మరియు $U(p, f)$ లను కనుక్కోండి.
9. If f is R-integrable on $[a, b]$, then Show that $|f|$ is R-integrable on $[a, b]$.
 $[a, b]$ అంతరంలో “ f ” అనేది రీమాన్ సమాకలనము అయితే $[a, b]$ అంతరంలో $|f|$ అనేది కూడా రీమాన్ సమాకలనీయము అవుతుందని చూపండి.
10. Evaluate $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + r^2}$.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + r^2}$ ను విశదీకరించండి.

SECTION – B

Answer ALL the questions.

Each question carries 10 marks.

(5 × 10 = 50 marks)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

11. (a) State and prove Bolzano-Weierstrass theorem.
బొల్జానో వేయిస్ట్రాస్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.
Or
(b) State and prove Cauchy convergence criterion.
కోషి అనుక్రమం అభిసరణతను నిర్ణయించే నియమాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించుము.
12. (a) Test for convergence of the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^p}$.
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^p}$ అభిసరణతను పరీక్షింపుము.
Or
(b) State and prove Leibnitz test.
లైబ్నిట్స్ పరీక్షను ప్రవచించి, నిరూపించుము.

13. (a) Examine the continuity of $f(x) = |x| + |x-1|$ at the points $x = 0, 1$.
 $f(x) = |x| + |x-1|$ అను ప్రమేయపు అవిచ్ఛిన్నతను $x = 0, 1$ ల వద్ద చర్చించండి.

Or

- (b) If $f(x)$ is continuous on $[a, b]$ and $f(a) \neq f(b)$, then prove that $f(x)$ takes every value between $f(a), f(b)$ atleast once.

$f(x)$ అనేది $[a, b]$ లో అవిచ్ఛిన్నము $f(a) \neq f(b)$ అయితే $f(x)$ అనేది $f(a), f(b)$ ల మధ్య గల ప్రతి విలువను కనీసం ఒక్కసారైనా తీసుకొంటుందని చూపండి.

14. (a) State and prove Rolle's theorem.

రోల్స్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

Or

- (b) State and prove Lagrange's theorem.

లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

15. (a) Obtain a necessary and sufficient condition for Riemann Integrability.

రీమాన్ సమాకలనీయతకు అవశ్యక, పర్యాప్త నియమాన్ని రాబట్టండి.

Or

- (b) If $f: [a, b] \rightarrow R$ is montotonic on $[a, b]$ then prove that " f " is integrable on $[a, b]$.

$f: [a, b] \rightarrow R$ అయిన f -ప్రమేయం $[a, b]$ లో ఏకదిష్టం అయితే $[a, b]$ మీద f -సమాకలనీయం అని నిరూపించండి.